

# Máquinas de Turing

Juliana Kaizer Vizzotto

Universidade Federal de Santa Maria

Disciplina de Teoria da Computação

# Roteiro

- ▶ Definição Formal de Máquina de Turing
- ▶ Mais exemplos

# Definição Formal de Máquina de Turing

- ▶ Uma máquina de Turing é uma 7-upla,  $(Q, \Sigma, \Gamma, \sigma, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$ , onde  $Q, \Sigma, \Gamma$  são todos conjuntos finitos:
  1.  $Q$  é o conjunto de estados,
  2.  $\Sigma$  é o alfabeto de entrada sem o símbolo em branco,  $\cup$ ,
  3.  $\Gamma$  é o alfabeto da fita, onde  $\cup \in \Gamma$  e  $\Sigma \subseteq \Gamma$ ,
  4.  $\sigma : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$  é a função de transição,
  5.  $q_0 \in Q$  é o estado inicial,
  6.  $q_{aceita} \in Q$  é o estado de aceitação,
  7.  $q_0 \in Q$  é o estado de rejeição, tal que  $q_{aceita} \neq q_{rejeita}$ .

# Máquina de Turing: configurações

- ▶ À medida que uma máquina de Turing computa, mudanças ocorrem no estado atual, no conteúdo atual da fita e na posição atual da cabeça.
- ▶ Um possível valor desses três itens é denominado **configuração** da MT.
- ▶ Configurações são frequentemente representadas de uma maneira especial:
- ▶ Para um estado  $q$  e duas cadeias  $u$  e  $v$  sobre o alfabeto da fita  $\Gamma$ , escrevemos  $uqv$ , para a configuração na qual o estado atual é  $q$ , o conteúdo atual da fita é  $uv$  e a posição atual da cabeça é sobre o primeiro símbolo de  $v$ . A fita contém apenas brancos após o último símbolo de  $v$ .
- ▶ Por exemplo,  $1011q_701111$  representa a configuração quando a fita é  $101101111$ , o estado atual é  $q_7$ , e a cabeça está atualmente sobre o segundo 0.

# Máquina de Turing: configurações

- ▶ A **configuração inicial** de  $M$  sobre a entrada  $w$  é  $q_0w$ , que indica que a máquina está no estado inicial  $q_0$  com sua cabeça na posição mais à esquerda sobre a fita.
- ▶ Em uma **configuração de aceitação**, o estado da configuração é  $q_{aceita}$ .
- ▶ Em uma **configuração de rejeição**, o estado da configuração é  $q_{rejeita}$ .
- ▶ Configurações de aceitação e de rejeição são configurações de parada e portanto não original configurações adicionais.

# Linguagem Turing-Reconhecível

- ▶ Uma máquina de Turing  $M$  **aceita** a entrada  $w$ , se uma sequência de configurações  $C_1, C_2, \dots, C_k$  existe, onde
  1.  $C_1$  é a configuração inicial de  $M$  sobre a entrada  $w$ ,
  2. cada  $C_i$  origina  $C_{i+1}$
  3.  $C_k$  é uma configuração de aceitação.
- ▶ A coleção de cadeias que  $M$  aceita é a **linguagem de  $M$** , ou **linguagem reconhecida por  $M$** , denotada  $L(M)$

# Linguagem Turing-Reconhecível

## Definition

Chame uma linguagem **Turing-reconhecível** ou de **linguagem recursivamente enumerável**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

# Linguagem Turing-Decidível

- ▶ Quando iniciamos uma máquina de Turing sobre uma entrada, três resultados são possíveis: a máquina pode:
  1. *aceitar*,
  2. *parar*,
  3. *entrar em loop* (i.e., simplesmente não pára).
- ▶ Entrar em loop pode acarretar qualquer comportamento simples ou complexo que nunca leva a um estado de parada.
- ▶ Uma máquina de Turing pode falhar em aceitar uma entrada, passando para o estado  $q_{rejeita}$  ou entrando em loop.

# Linguagem Turing-Decidível

- ▶ Máquinas que sempre tomam uma decisão de aceitar ou rejeitar são chamadas de **decisores**.
- ▶ Um decisor que reconhece alguma linguagem também é dito decidir essa linguagem.

## Definition

Chame uma linguagem de **Turing-decidível** ou simplesmente **decidível** (ou ainda linguagem recursiva) se alguma máquina de Turing a decide.

# Linguagem Turing-Decidível

- ▶ Toda linguagem decidível é Turing-reconhecível!
- ▶ E o contrário?
- ▶ Algumas linguagens são Turing-reconhecíveis, porém não decidíveis.
- ▶ Vamos estudar mais adiante uma técnica para provar indecidibilidade.

# Exemplos de Linguagens Turing-Decidível

- ▶ Vamos descrever uma Máquina de Turing  $M_2$  que decide  $A = \{0^{2^n} | n \geq 0\}$ , i.e., a linguagem consistindo de todas as cadeias de 0s cujo comprimento é uma potência de 2.
- ▶
- ▶  $M_2 =$  “sobre a cadeia de entrada  $w$ :
  1. Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não, e outro, sim.
  2. Se no estágio 1, a fita continha um único 0, aceite.
  3. Se no estágio 1, a fita continha mais que um único 0 e o número de 0s era ímpar, rejeite.
  4. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
  5. Vá para o estágio 1.”

# Exemplos de Linguagens Turing-Decidível

- ▶ Vamos descrever uma Máquina de Turing  $M_3$  que decide  $C = \{a^i b^j c^k \mid i \times j = k, i, j, k \geq 1\}$ .
- ▶  $M_2 =$  “sobre a cadeia de entrada  $w$ :

# Exemplos de Linguagens Turing-Decidível

- ▶ Vamos descrever uma Máquina de Turing  $M_3$  que decide  $C = \{a^i b^j c^k \mid i \times j = k, j, k \geq 1\}$ .
- ▶  $M_2 =$  “sobre a cadeia de entrada  $w$ :
  1. Faça uma varredura na entrada da esquerda para à direita para determinar se ela é um membro de  $a + b + c$ , rejeite se ela não o for.
  2. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
  3. Marque um  $a$  e faça uma varredura para à direita até que um  $b$  ocorra. Vá e volte entre os  $bs$  e os  $cs$ , marcando um de cada até que todos os  $bs$  tenham sido marcados. Se todos os  $bs$  tiverem sido marcados e alguns  $cs$  permanecerem, rejeite.
  4. Restaure os  $bs$  marcados e repita o estágio 3, se existe um outro  $a$  para marcar. Se todos os  $as$  tiverem sido marcados, determine se todos os  $cs$  também foram marcados. Se sim, aceite, caso contrário, rejeite.”