Máquinas de Turing

Juliana Kaizer Vizzotto

Universidade Federal de Santa Maria

Disciplina de Teoria da Computação

Roteiro

- Definição Formal de Máquina de Turing
- Mais exemplos

Definição Formal de Máquina de Turing

- Uma máquina de Turing é uma 7-upla, $(Q, \Sigma, \Gamma, \sigma, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$, onde Q, Σ, Γ são todos conjuntos finitos:
  1. Q é o conjunto de estados,
  2. Σ é o alfabeto de entrada sem o símbolo em branco, $\sqcup$,
  3. Γ é o alfabeto da fita, onde $\sqcup \in \Gamma$ e $\Sigma \subseteq \Gamma$,
  4. $\sigma : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$ é a função de transição,
  5. $q_0 \in Q$ é o estado inicial,
  6. $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação,
  7. $q_0 \in Q$ é o estado de rejeição, tal que $q_{aceita} \neq q_{rejeita}$.

Máquina de Turing: configurações

- À medida que uma máquina de Turing computa, mudanças ocorrem no estado atual, no conteúdo atual da fita e na posição atual da cabeça.
- Um possível valor desses três itens é denominado **configuração** da MT.
- Configurações são frequentemente representadas de uma maneira especial:
- Para um estado q e duas cadeias u e v sobre o alfabeto da fita Γ, escrevemos uqv, para a configuração na qual o estado atual é q, o conteúdo atual da fita é uv e a posição atual da cabeça é sobre o primeiro símbolo de v. A fita contém apenas brancos após o último símbolo de v.
- Por exemplo, $1011q_701111$ representa a configuração quando a fita é 101101111, o estado atual é q_7, e a cabeça está atualmente sobre o segundo 0.

Máquina de Turing: configurações

- A **configuração inicial** de M sobre a entrada w é $q_0 w$, que indica que a máquina está no estado inicial q_0 com sua cabeça na posição mais à esquerda sobre a fita.
- Em uma **configuração de aceitação**, o estado da configuração é q_{aceita}.
- Em uma **configuração de rejeição**, o estado da configuração é $q_{rejeita}$.
- Configurações de aceitação e de rejeição são configurações de parada e portanto não original configurações adicionais.

Linguagem Turing-Reconhecível

- Uma máquina de Turing M **aceita** a entrada w, se uma sequência de configurações $C_1, C_2, \ldots, C_k$ existe, onde
  1. C_1 é a configuração inicial de M sobre a entrada w,
  2. cada C_i origina C_{i+1}
  3. C_k é uma configuração de aceitação.

- A coleção de cadeias que M aceita é a **linguagem de M**, ou **linguagem reconhecida por M**, denotada $L(M)$

Linguagem Turing-Reconhecível

Definition

Chame uma linguagem **Turing-reconhecível** ou de **linguagem recursivamente enumerável**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

Linguagem Turing-Decidível

- Quando iniciamos uma máquina de Turing sobre uma entrada, três resultados são possíveis: a máquina pode:
  1. *aceitar*,
  2. *parar*,
  3. *entrar em loop* (i.e., simplesmente não pára).
- Entrar em loop pode acarretar qualquer comportamento simples ou complexo que nunca leva a um estado de parada.
- Uma máquina de Turing pode falhar em aceitar uma entrada, passando para o estado $q_{rejeita}$ ou entrando em loop.

Linguagem Turing-Decidível

- Máquinas que sempre tomam uma decisão de aceitar ou rejeitar são chamadas de **decisores**.
- Um decisor que reconhece alguma linguagem também é dito decidir essa linguagem.

Definition

Chame uma linguagem de **Turing-decicível** ou simplesmente **decidível** (ou ainda linguagem recursiva) se alguma máquina de Turing a decide.

Linguagem Turing-Decidível

- Toda linguagem decidível é Turing-reconhecível!
- E o contrário?
- Algumas linguagens são Turing-reconhecíveis, porém não decidíveis.
- Vamos estudar mais adiante uma técnica para provar indecibilidade.

Exemplos de Linguagens Turing-Decidível

- Vamos descrever uma Máquina de Turing M_2 que decide $A = \{0^{2^n} | n \geq 0\}$, i.e., a linguagem consistindo de todas as cadeias de 0s cujo comprimento é uma potência de 2.
-
- M_2 = "sobre a cadeia de entrada w:
  1. Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não, e outro, sim.
  2. Se no estágio 1, a fita continha um único 0, aceite.
  3. Se no estágio 1, a fita continha mais que um único 0 e o número de 0s era ímpar, rejeite.
  4. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
  5. Vá para o estágio 1."

Exemplos de Linguagens Turing-Decidível

- Vamos descrever uma Máquina de Turing M_3 que decide $C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k e i, j, k \geq 1\}$.

- $M_2 =$ "sobre a cadeia de entrada w:

Exemplos de Linguagens Turing-Decidível

- Vamos descrever uma Máquina de Turing M_3 que decide $C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k e i, j, k \geq 1\}$.
- $M_2 =$ "sobre a cadeia de entrada w:
  1. Faça uma varredura na entrada da esquerda para à direita para determinar se ela é um membro de $a + b + c$, rejeite se ela não o for.
  2. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
  3. Marque um a e faça uma varredura para à direita até que um b ocorra. Vá e volte entre os bs e os cs, marcando um de cada até que todos os bs tenham sido marcados. Se todos os bs tiverem sido marcados e alguns cs permanecerem, rejeite.
  4. Restaure os bs marcados e repita o estágio 3, se existe um outro a para marcar. Se todos os as tiverem sido marcados, determine se todos os cs também foram marcados. Se sim, aceite, caso contrário, rejeite."