Decidibilidade II

Juliana Kaizer Vizzotto

Universidade Federal de Santa Maria

Disciplina de Teoria da Computação/Slides baseados no livro:
Introdução a Teoria da Computação. Michael Sipser.

Roteiro

- Exemplos de problemas decidíveis

Decidibilidade: problemas decidíveis concernentes a Linguagens Regulares

- Podemos provar um teorema semelhante para autômatos finitos não-determinísticos. Seja:

  $$A_{AFN} = \{\langle B, w\rangle | B \text{ eh um AFN que aceita a cadeia de entrada } w\}$$

- **Teorema**: A_{AFN} é uma linguagem decidível.

- **Exercício**: Prove esse teorema.

Decidibilidade: problemas decidíveis concernentes a Linguagens Regulares

- A prova do teorema anterior usa o seguinte teorema:
- **Teorema**: Todo autômato finito não-determinístico (AFN) tem um autômato finito determinístico (AFD) equivalente.
- **Ideia da prova**: Se uma linguagem é reconhecida por um AFN, então temos de mostrar a existência de um AFD que também a reconhece.
- A ideia é converter o AFN num AFD equivalente que simule o AFN.

Decidibilidade: problemas decidíveis concernentes a Linguagens Regulares

- Como você simularia o AFN se você estivesse fazendo de conta ser um AFD?
- O que você precisaria memorizar à medida que a cadeia de entrada é processada?
- Em exemplos de AFN você pode memorizar os vários ramos da computação colocando o dedo sobre cada estado que poderia estar ativo em dados pontos da entrada.
- Você pode atualizar a simulação movendo movendo, adicionando e removendo dedos conforme a maneira pela qual o AFN opera.
- Tudo o que você precisa memorizar é o conjunto de estados colocando os dedos sobre eles.

Decidibilidade: problemas decidíveis concernentes a Linguagens Regulares

- Se k é o número de estados do AFN, ele tem 2^k subconjuntos de estados.
- Cada subconjunto corresponde a umas das possibilidades de que o AFD tem de se lembrar.
- Portanto, o AFD que simula o AFN terá 2^k estados.
- Agora precisamos descobrir qual será o estado inicial e os estados de aceitação do AFD, e qual será a sua função de transição.

Decidibilidade: problemas decidíveis concernentes a Linguagens Regulares

- **Prova**: Seja $N = (Q, \Sigma, \sigma, q_0, F)$ o AFN que reconhece alguma linguagem A.
- Vamos construir um AFD, $M = (Q', \Sigma', \sigma', q_0', F')$, que reconhece A.
- $Q' = P(Q)$, i.e., conjunto das partes.
- Todo estado de M é um conjunto de estados de N.
- Para $R \in Q'$ e $a \in \Sigma$ seja $\sigma'(R, a) = \{q \in Q | q \in \sigma(r, a)$ para algum $r \in R\}$.

Decidibilidade: problemas decidíveis concernentes a Linguagens Regulares

- Se R é um estado de M, é também um subconjunto de estados de N.
- Quando M lê um símbolo a no estado R, ele mostra para onde a leva cada estado em R.
- $q'_0 = \{q_0\}$. M começa no estado correspondente à coleção contendo somente o estado inicial de N.
- $F' = \{R \in Q' | R \text{ contem um estado de aceitacao de } N\}$

Decidibilidade: problemas decidíveis concernentes a Linguagens Regulares

- Agora precisamos considerar as setas vazias, ϵ.
- Para qualquer estado R de M, definimos $E(R)$ como a coleçãode estados que podem ser atingidos a partir de R indo somente ao longo de setas ϵ, incluindo os próprios membros de R.
- Formalmente, para $R \subseteq Q$, seja:

  $E(R) = \{q|$ q pode ser atingido a partir de R viajando-se ao longo d

- Então modificamos a função de transição de M para colocar dedos adicionais sobre todos os estados que podem ser atingidos indo ao longo de setas ϵ, após cada passo.
- Substituindo, $\sigma(r, a)$ por $E(\sigma(r, a))$ dá esse efeito.

Decidibilidade: problemas decidíveis concernentes a Linguagens Regulares

- Então:

$$\sigma'(R, a) = \{q \in Q | q \in E(\sigma(r, a)) \text{ para algum } r \in R\}$$

- Adicionalmente, precisamos modificar o estado inicial de M para verificar todos os estados possíveis que podem ser atingidos a partir do estado inicial de N ao longo de setas ϵ.
- Assim, mudamos q_0' para $E(\{q_0\})$.
- Agora completamos a construção do AFD, M, que simula o AFN, N.

Decidibilidade: problemas decidíveis concernentes a Linguagens Regulares

-